

## **Modelización cartográfica mediante funciones kernel para la ubicación óptima de centros de salud mental, que requieren limeñas agredidas psicológicamente por su pareja**

### **Cartographic modelling using functions kernel for the optimal location of mental health centers, requiring limeñas psychologically assaulted by your partner**

Erwin Kraenau Espinal y María Estela Ponce Aruneri

Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Ciencias Matemáticas. Lima 01

#### **Resumen**

La violencia psicológica, llamada también violencia emocional, es una forma de maltrato; que humilla, hace sentir mal e insegura a una persona, deteriorando su confianza y autoestima; es sutil y es mucho más difícil percibirla o detectarla. Se manifiesta a través de palabras hirientes, descalificaciones, gritos e insultos. Diversas organizaciones Nacionales e Internacionales se han pronunciado por la eliminación de la violencia contra la mujer en todas sus formas. El Perú es un país con limitados recursos económicos y con gran demanda de requerimientos de salud, particularmente de servicios de salud mental. La finalidad de la presente investigación es determinar la ubicación óptima de centros de salud mental que requieren las mujeres limeñas que son víctimas de violencia psicológica por parte de su pareja. La base de datos utilizada fue proporcionada por el "MIMP" Ministerio de la Mujer y Poblaciones Vulnerables.

Se aplicó el modelo de Kernel para describir la demanda espacial de los servicios de salud mental que requieren las mujeres que sufren agresión psicológica por su pareja y son residentes habituales en las viviendas circundantes a los Centros de Emergencia Mujer ubicados en los distritos de Lima Cercado, Ate, Comas, Puente Piedra, San Juan de Miraflores, San Martín de Porres y Santiago de Surco; los resultados indican que los centros de salud mental deben ubicarse en el Cercado de Lima y Santiago de Surco.

**Descriptor:** *Suavización kernel, intensidad, dependencia espacial, violencia psicológica.*

#### **Abstract**

Psychological violence, also called emotional violence, is a form of abuse; that humiliates, makes them feel bad and insecure to a person, deteriorating confidence and self-esteem; is subtle and is much more difficult to perceive or detect. It manifests itself through harsh words, insults, shouting and swearing. Various national and international organizations have advocated the elimination of violence against women in all its forms. Peru is a country of limited resources and high demand for health needs, particularly mental health services. The purpose of this research is to determine the optimal location of mental health centers that require the Lima women who are victims of psychological violence by their partner. The database used was provided by the "MIMP" Ministry of Women and Vulnerable Populations.

Kernel model was applied to describe the spatial demand for mental health services required by women who suffer psychological aggression by their partner and are habitually resident in the surrounding housing for women's emergency centers located in the districts of Lima Cercado, Ate, Comas, Puente Piedra, San Juan de Miraflores, San Martin de Porres and Santiago de Surco; results indicate that mental health centers should be located in the Cercado de Lima and Santiago de Surco.

**Keywords:** *Kernel smoothing, intensity, spatial dependence, psychological violence.*

## 1. Introducción

La violencia contra la mujer la definió el Consejo Económico y Social de la ONU en 1992 como: “todo acto de violencia basado en la pertenencia al sexo femenino que tenga o pueda tener como resultado un daño o sufrimiento físico, sexual o psicológico para la mujer, así como las amenazas de tales actos, la coacción o la privación arbitraria de la libertad, tanto si se producen en la vida pública o en la vida privada”.

Esta violencia deteriora la salud física, sexual y/o psicológica de las mujeres que la sufren. Frecuentemente, es un problema que se calla y es ocultada por la propia víctima; volviéndose endémico a través de generaciones, en la crianza de las hijas e hijos.

En nuestro país, se ha dado avances normativos para prevenir, sancionar y erradicar la violencia familiar a través de la Ley N° 26260, en diciembre de 1993; la ratificación de los acuerdos de la Convención de Belem do Pará en 1994; la promulgación del Texto Único Ordenado de la Ley frente a la Violencia Familiar, aprobado por Decreto N° 006-97-JUS, en junio de 1997, la Ley N° 27306 que modifica la anterior ley incluyendo a la violencia sexual como otra forma de violencia familiar y el Plan Nacional Contra la Violencia hacia la Mujer: 2009-2015, el cual busca mejorar la intervención estatal en estrecha colaboración con la sociedad civil y el sector privado para enfrentar el problema de la violencia familiar en el país.

La violencia contra la mujer representa un problema que en los últimos años se ha hecho evidente y visible cada vez más en nuestro país, así lo refieren varios estudios e investigaciones, así como las denuncias en las comisarías y servicios especializados de atención de la violencia familiar y sexual.

La violencia contra la mujer es considerada un problema de salud pública que transgrede los derechos humanos, y esta problemática se ubica en las agendas y prioridades de los organismos internacionales y nacionales. Entonces es pertinente hacerse la siguiente pregunta: ¿Deberían implementarse nuevos centros de salud especializados en el tratamiento de la violencia contra la mujer, dónde deberían estar ubicados? Para responder la pregunta anterior se utilizan algunas técnicas de la estadística espacial, aplicándolas a la base de datos proporcionada por el

Ministerio de la Mujer y Poblaciones Vulnerables [1], los distritos considerados fueron Lima Cercado, Ate, Comas, Puente Piedra, San Juan de Miraflores, San Martín de Porres y Santiago de Surco; fue factible obtener las direcciones de los domicilios de las encuestadas y por ende ubicar las correspondientes coordenadas geográficas. La muestra la conformaron mujeres mayores de 14 años unidas o alguna vez unidas y que sufren o sufrieron violencia psicológica por parte de su pareja.

El objetivo de este trabajo es determinar en qué distrito(s) principalmente se debe ubicar un centro de salud mental; graficando, describiendo y estimando la demanda espacial de los servicios de salud mental que requieren las mujeres limeñas mayores de 14 años unidas o alguna vez unidas y que sufrieron violencia psicológica por parte de su pareja; aplicando los modelos kernel y técnicas de la estadística espacial.

## 2. Metodología

### 2.1 Estadística Espacial

Es el conjunto de métodos estadísticos que consideran en su análisis la disposición espacial de los datos.

#### 2.1.1 Datos espaciales

Son mediciones u observaciones realizadas en localizaciones o en áreas específicas, se consideran tres categorías:

#### Patrones puntuales

Se refieren a la ubicación de eventos, como por ejemplo las coordenadas de domicilios. El interés principal es saber si sus ubicaciones relativas presentan un patrón sistemático, de agrupación o regularidad.

#### Datos geoestadísticos

Son datos continuos en el espacio; sus mediciones son tomadas en puntos fijos y sus localizaciones en el espacio son continuas. El interés es entender y modelar los patrones, con el objetivo de utilizar el modelo para predecir valores de la variable en los lugares donde se midieron.

**Datos de rejilla**

Estos datos están asociados a las áreas que están regular o irregularmente espaciadas. El objetivo es modelar el patrón espacial de las mediciones asociadas con las áreas fijas.

**2.1.2 Patrones puntuales**

En esta investigación se hace solo el análisis de patrones puntuales. Un patrón puntual es el conjunto de ubicaciones  $s_1, s_2, \dots, s_n$  en la región estudiada  $R$ . La ubicación  $s_i$  es un vector que contiene las coordenadas del  $i$ -ésimo evento:

$$s_i = \begin{bmatrix} s_{i1} \\ s_{i2} \end{bmatrix}$$

El término evento se refiere a cualquier fenómeno que ocurre en un punto de localización dentro de la región  $R$  de estudio que puede ser de cualquier forma. Sin embargo, los efectos de borde o frontera pueden ser un problema para los métodos de estadística espacial. En algunos casos, los efectos de borde o frontera son manejados dejando un área determinada protegida, alrededor del borde de la región estudiada, pero dentro de esta.

El número de eventos en una subregión  $A$ , arbitraria de  $R$  es denotado como  $Y(A)$ . Entonces el proceso espacial es representado por las variables aleatorias  $Y(A), A \subset R$ , y este se conoce a través de las propiedades de primer orden y segundo orden. Estos están relacionados con el valor esperado (es decir, la media) y la covarianza, respectivamente [2].

**2.1.3 Intensidad**

Se denota por  $\lambda(s)$  y se define como el número medio de eventos por unidad de área en el punto  $s$ . Esto es,

$$\lambda(s) = \lim_{ds \rightarrow 0} \left\{ \frac{E[Y(ds)]}{ds} \right\} \quad (1)$$

donde  $ds$  es una pequeña región alrededor del punto  $s$ , y  $ds$  es su área. Si se está ante un *proceso puntual estacionario*, entonces  $\lambda(s)$  es constante sobre la región estudiada; para este caso la intensidad se puede denotar como:

$$E[Y(A)] = \lambda A \quad (2)$$

Donde  $A$  el área de la subregión, y  $\lambda$  el valor de la intensidad.

La dependencia espacial del proceso es descrita utilizando la intensidad de segundo orden  $\gamma(s_i, s_j)$ .

Partiendo de la definición de intensidad de primer orden, la de segundo orden se obtiene utilizando los eventos por unidad de área, como sigue:

$$\gamma(s_i, s_j) = \lim_{ds_i, ds_j \rightarrow 0} \left\{ \frac{E[Y(ds_i)Y(ds_j)]}{ds_i ds_j} \right\} \quad (3)$$

El proceso se dice que es de *segundo orden e isotrópico*, si la intensidad de segundo orden sólo depende de la distancia entre  $s_i$  y  $s_j$  y no de su dirección.

**2.1.4 Aleatoriedad espacial completa**

El modelo de referencia para los patrones puntuales espaciales es denominado de aleatoriedad espacial completa CSR (Complete Spatial Randomness), donde los eventos siguen un proceso homogéneo de Poisson sobre la región de estudio. El modelo de CSR se caracteriza [3] por:

1. La intensidad es constante sobre la región. Así,  $Y(A)$  sigue una distribución de Poisson con media  $\lambda A$ , donde  $A$  es el área de  $A$  y  $\lambda$  es constante.
2. No hay interacciones entre los eventos. Esto significa que, los eventos están uniforme e independientemente distribuidos sobre la región de estudio.

En un proceso de CSR, los eventos tienen la misma probabilidad de ocurrencia en cualquier lugar de  $R$ , y entre eventos no hay inhibición ni atracción.

**2.1.5 Visualización de procesos puntuales espaciales**

Para detectar un patrón espacial puntual se utiliza lo que se conoce como un *mapa de puntos*, que muestra la región sobre la cual los eventos son observados, representando a estos mediante símbolos (usualmente puntos). Cuando la frontera de la región no es parte del conjunto de datos, entonces el mapa de puntos es equivalente a un diagrama de dispersión.

**2.2 Estimación mediante kernels de la función de densidad**

Los kernels son funciones de interpolación, que suavizan las observaciones originales, de manera que permiten una mejor visualización del comportamiento de la variable bajo estudio [4]. En la siguiente figura, se puede apreciar un modelo teórico de la función kernel.

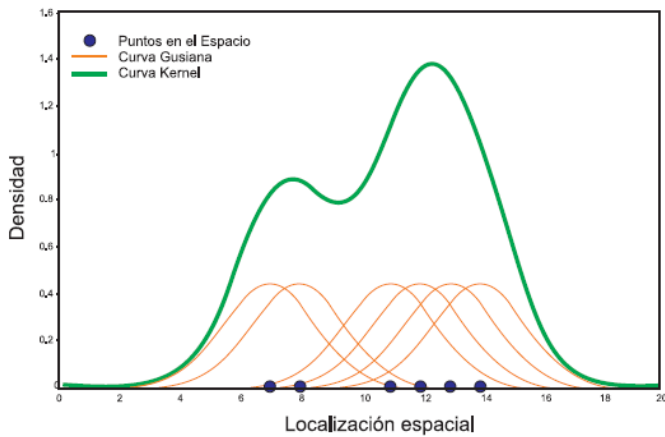


Figura 1: Modelo Teórico de la Función Kernel  
Fuente: Castro y Pezzuchi (2002).

El método de kernel para el cálculo de densidades focales, a partir de variables referidas espacialmente a entidades puntuales, incluye una serie de parámetros [5] como los siguientes:

**Ancho de banda**

Es importante para los resultados esperados, su determinación involucra una componente de subjetividad que, tras un proceso de ensayo, el investigador elige el adecuado para poner de manifiesto los procesos estudiados, como se puede observar en la siguiente figura:

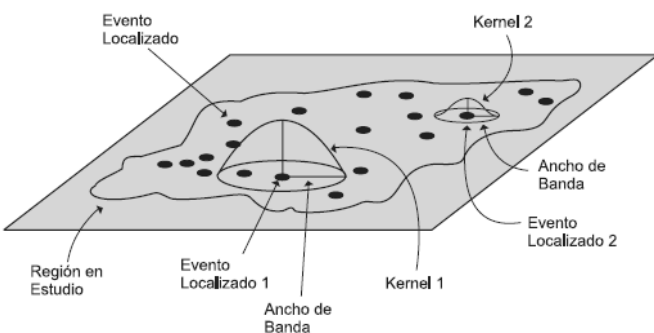


Figura 2: Cálculo de las Densidades Focales Kernel

Fuente: Adaptado de Office For Victims Of Crime, U.S. Department Of Justice (2005).

**Unidad de medida**

Debe definirse en cada caso, para expresar los valores de densidad obtenidos.

**2.2.1 Estimación mediante kernel de la función de densidad multivariada**

El método de kernel univariado, se extendió a distribuciones multivariadas [6].

En este caso  $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_n$  es una muestra de vectores aleatorios, igualmente distribuidos con una función de densidad  $f(\mathbf{x})$  en un espacio de dimensión  $d$ . El estimador de esta función utilizando kernel multivariado  $k$  y con ancho de banda  $h$  fijo para cada componente del vector es de la forma:

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \frac{1}{n h^d} \sum_{i=1}^n k\left(\frac{\mathbf{x} - \mathbf{X}_i}{h}\right)$$

La función kernel  $k$  definida para un vector  $\mathbf{x}$  de dimensión  $d$ , debe satisfacer:

$$\int_{R^d} k(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = 1$$

El ancho de banda  $h$  puede ser considerado también como un vector si se considera que es distinto para cada componente.

Los kernels más usados son el Gaussiano, Epanechnikov, Cuartico entre otros.

En este trabajo se emplea el kernel cuartico cuya expresión es:

$$k(\mathbf{u}) = \frac{3}{\pi} (1 - \mathbf{u}^T \mathbf{u})^2 \quad \mathbf{u}^T \mathbf{u} \leq 1 \quad (4)$$

Bailey y Gatrell [7] recomendaron este kernel, ya que otros generan grandes diferencias en las ponderaciones de acuerdo a la distancia de los puntos produciéndose variaciones muy finas (rugosidad), en cambio el cuartico asigna pesos más uniformes y suaviza mejor la distribución.

**2.3 Exploración de las propiedades de primer y segundo orden**

**2.3.1 Estimación de la intensidad**

La forma de resumir los eventos en un patrón puntual espacial consiste en dividir la región de estudio en subregiones de igual área denominados

cuadrantes. Al contar el número de eventos que caen en cada uno de los cuadrantes, se puede construir un histograma o distribución de frecuencias resumiendo el patrón espacial.

Al aplicar las funciones kernel se obtiene un estimador suave de la intensidad. De la misma manera que en la Sección 2.1.2, se denota por  $\mathbf{s}$  un punto en la región  $\mathbf{R}$  y  $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_n$  representan las localizaciones de los eventos. Entonces un estimador de la intensidad utilizando el método kernel es:

$$\hat{\lambda}_h(\mathbf{s}) = \frac{1}{\delta_h(\mathbf{s})} \sum_{i=1}^n \frac{1}{h^2} k\left(\frac{\mathbf{s}-\mathbf{s}_i}{h}\right) \quad (5)$$

En la ecuación (5), el factor de corrección por el borde o frontera es:

$$\delta_h(\mathbf{s}) = \int_{\mathbf{R}} \frac{1}{h^2} k\left(\frac{\mathbf{s}-\mathbf{u}}{h}\right) d\mathbf{u} \quad (6)$$

La ecuación (6) representa el volumen bajo el kernel estandarizado y centrado en  $\mathbf{s}$  el cual está dentro de la región estudiada  $\mathbf{R}$ .

Un ancho de banda  $h$  grande produce una estimación mucho más suave, posiblemente ocultando la variación en la intensidad. Un ancho de banda pequeño podría mostrar más variación de la que se justifica, haciendo más difícil ver el patrón de la intensidad.

Una elección recomendada del ancho de banda es  $h = 0.68n^{-0.2}$ , cuando  $\mathbf{R}$  es el cuadrado unitario [8]. Este valor podría ser apropiadamente estandarizado para el tamaño de la región en estudio.

El kernel cuartico dado en (4), es reemplazado en la ecuación (5), obteniéndose el estimador de la intensidad:

$$\hat{\lambda}_h(\mathbf{s}) = \sum_{d_i \leq h} \frac{1}{\pi h^2} \left(1 - \frac{d_i^2}{h^2}\right)^2 \quad (7)$$

Donde  $d_i$  es la distancia entre el punto  $\mathbf{s}$  y la localización  $\mathbf{s}_i$  del evento. La corrección de los efectos de frontera  $\delta_h(\mathbf{s})$  por simplicidad no se incluye.

### 2.3.2 Estimación de la dependencia espacial

Se investigaron las propiedades de segundo orden mediante el estudio de las distancias entre los eventos la región de estudio  $\mathbf{R}$ .

La *distancia del vecino más cercano evento a evento* está representada por  $W$  y se define como la distancia entre un evento elegido aleatoriamente y el evento vecino más cercano. La *distancia del vecino más cercano punto a evento* denotada por  $X$ , es la distancia entre un punto seleccionado al azar en la región de estudio y el evento más cercano.

Si un proceso puntual espacial se comporta de acuerdo al modelo CSR, entonces la función de distribución acumulada para la distancia del vecino más cercano evento a evento  $W$ , está dada por:

$$G(w) = P(W \leq w) = 1 - e^{-\lambda \pi w^2} \quad (8)$$

para  $w \geq 0$ , y la función de distribución acumulada para la distancia del *vecino más cercano punto a evento*  $X$  es:

$$F(x) = P(X \leq x) = 1 - e^{-\lambda \pi x^2}; x \geq 0 \quad (9)$$

Se exploraron las propiedades de segundo orden de un patrón puntual espacial mediante las funciones de distribución acumulada empíricas de  $X$  y/o  $W$ . Esta función empírica para las distancias evento a evento  $W$  viene expresada por:

$$\hat{G}(w) = \frac{\#(w_i \leq w)}{n} \quad (10)$$

Similarmente, la función de distribución acumulada para las *distancias punto a evento*  $X$  es:

$$\hat{F}(x) = \frac{\#(x_i \leq x)}{m} \quad (11)$$

donde  $m$  es el número de puntos muestreados aleatoriamente en la región estudiada.

Si hay regularidad, entonces debe haber más vecinos a grandes distancias y  $\hat{G}(w)$  sería plana para distancias pequeñas, creciendo rápidamente para valores mayores de  $w$  o  $x$ . Cuando se examina un diagrama de  $\hat{F}(x)$ , la interpretación es opuesta, si hay un exceso de valores de distancias grandes en  $\hat{F}(x)$ , es que hay evidencia de agrupamiento.

### Efecto de la frontera

Las funciones de distribución empíricas  $\hat{G}(w)$  y  $\hat{F}(x)$  informan del patrón espacial puntual sobre escalas pequeñas. Es necesario tener una función que proporcione conocimiento acerca del patrón a

diversas escalas y contemple los efectos de borde o frontera, para este fin se utiliza la función  $K$  que está relacionada con las propiedades de segundo orden de un proceso isotrópico [8].

La función  $K$  está definida como:

$$K(d) = \lambda^{-1} E[c]$$

$c$  es el número de eventos extra, dentro de la distancia  $d$  de un evento arbitrario.

$\lambda$  es una constante que representa la intensidad sobre la región y  $E [c]$  denota el valor esperado de  $c$ .

Un estimador de  $K$  corregido por los efectos de borde o frontera está dado por:

$$\hat{K}(d) = \frac{r}{n^2} \sum_{i \neq j} \sum \frac{I_d(d_{ij})}{w_{ij}} \quad (12)$$

En la ecuación (12),  $r$  representa el área de la región en estudio  $R$ ,  $n$  es el número de eventos,  $d_{ij}$  es la distancia entre el  $i$ -ésimo y  $j$ -ésimo evento,  $I_d$  es una función indicador que toma el valor de uno si  $d_{ij} \leq d$  y cero en otro caso, y los  $w_{ij}$  son factores de corrección para los efectos de borde.

Si un círculo está centrado en el evento  $i$  y pasa a través del evento  $j$ , entonces  $w_{ij}$  es la proporción de la circunferencia del círculo que está en la región  $R$ .

La función  $K$  estimada puede ser comparada con lo que se espera, si el proceso que generó los datos es CSR y bajo ese supuesto la función  $K$  teórica sería:

$$K(d) = \pi d^2 \quad (13)$$

Si el proceso observado exhibe regularidad para un valor dado de  $d$ , entonces se espera que la función  $\hat{K}$  sea menor que  $\pi d^2$ .

Por otro lado, si el patrón espacial tiene grupos, entonces  $\hat{K}(d) > \pi d^2$ .

Los diagramas  $\hat{K}(d)$  y  $K(d)$  bajo CSR ayudan a explorar las propiedades de segundo orden del proceso espacial.

Un estimador de la función  $K$  corregido por los efectos de borde o frontera está dado por:

$$\hat{K}(d) = \frac{r}{n^2} \sum_{i \neq j} \sum \frac{I_d(d_{ij})}{w_{ij}} \quad (14)$$

Donde  $r, n, d_{ij}, I_d$  y los  $w_{ij}$  fueron definidos anteriormente.

### 3. Resultados y discusión

Los siguientes resultados se obtuvieron a partir de la ejecución de programas elaborados en MATLAB (MATrix LABoratory, R2010a).

En la Figura 3 se muestra un mapa de puntos de Lima Metropolitana (Cercado de Lima, Ate, Comas, Puente Piedra, San Juan de Miraflores, San Martín de Porres y Santiago de Surco), que son las coordenadas de los domicilios de las mujeres unidas o alguna vez unidas del año 2008, que han sufrido violencia psicológica por su pareja, y cuyos datos fueron proporcionados por el MIMP.

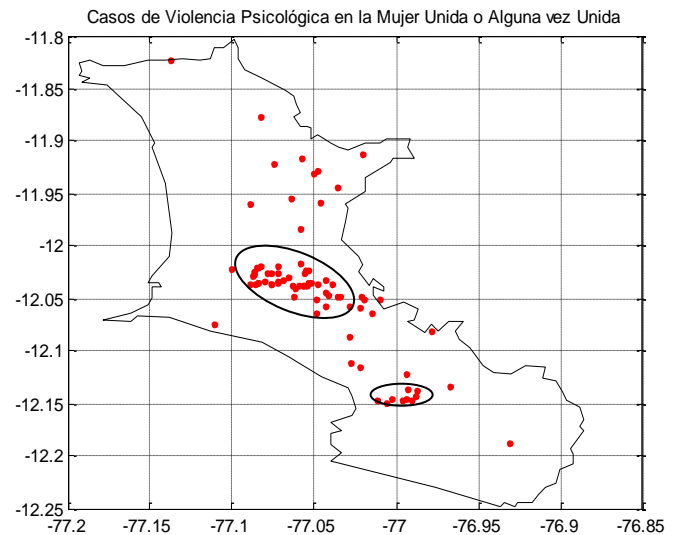


Figura 3: Mapa de casos de Violencia Psicológica en los distritos bajo estudio en Lima Metropolitana.

Para obtener un estimador de la intensidad, se divide la región estudiada utilizando una malla regular, se cuenta el número de eventos que caen dentro de cada rectángulo y se divide cada resultado por el área del rectángulo. Las estimaciones se aprecian en la Figura 3 y Figura 4, esta última muestra que la intensidad del proceso cambia sobre la región.

La figura 5 presenta una combinación de la superficie de intensidad con el correspondiente mapa de casos.

A partir de los datos se construyeron las distribuciones empíricas de las distancias de los vecinos más cercanos  $\hat{G}(\omega)$  y  $\hat{F}(x)$ .

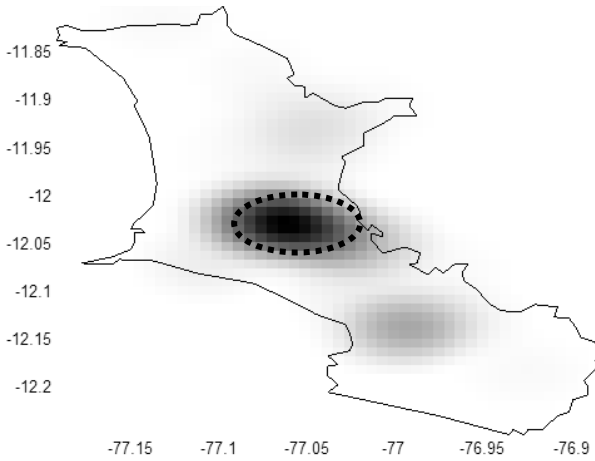


Figura 4: Estimación de la Intensidad

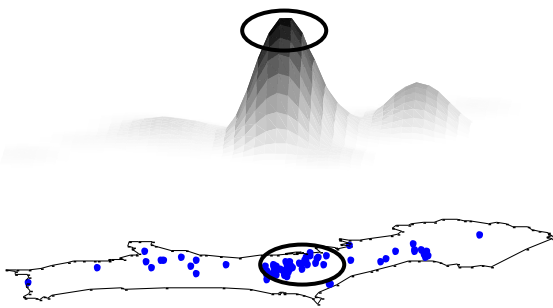


Figura 5: Estimación Kernel de la Intensidad con el Mapa de Casos.

La figura 6, muestra la función de distribución empírica para las distancias de los vecinos más cercanos de evento a evento. En esta figura, se observa que la curva crece rápidamente para pequeños valores de  $w$ , esto indica que hay muchas distancias pequeñas de evento a evento, que es lo que se espera si existe agrupamiento.

El siguiente paso es la construcción de  $\hat{F}(x)$ , para lo que previamente se requiere encontrar las distancias del vecino más cercano a  $m = 75$  puntos seleccionados aleatoriamente en la región de estudio; el resultado se muestra en la figura 7 observándose evidencia de agrupamiento.

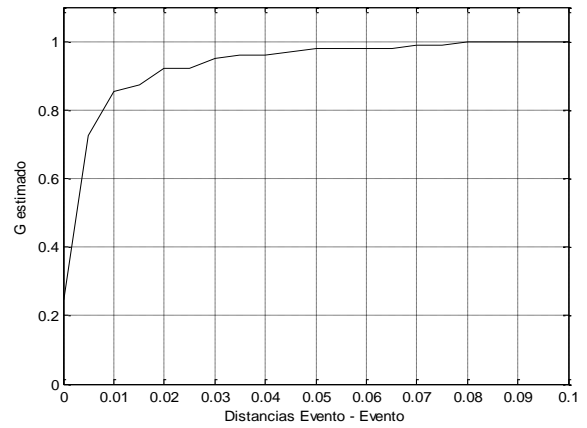


Figura 6: Función de distribución empírica para las distancias del vecino más cercano evento a evento para los casos de violencia psicológica

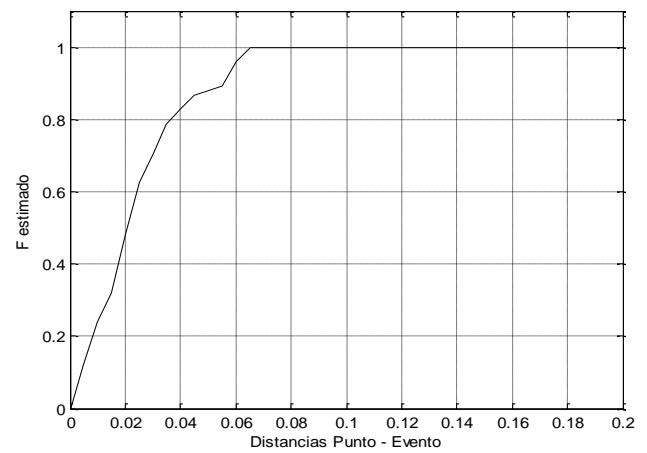


Figura 7. Función de distribución empírica para las distancias del vecino más cercano punto a evento para los casos de violencia psicológica

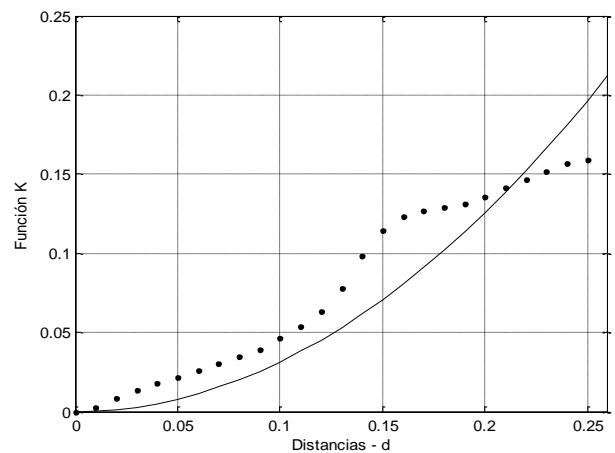


Figura 8: Función  $\hat{K}(d)$  para casos de violencia psicológica.



En la Figura 8 se grafican las funciones  $K$  teórica y empírica, mostrando clara evidencia de agrupamiento, debido a que la función  $K$  empírica está por encima de la curva correspondiente al proceso aleatorio o teórico.

#### 4. Conclusiones

El análisis de las funciones empíricas construidas y representadas por  $G$ ,  $F$  y  $K$  indican un modelo de agrupamiento, sus gráficos muestran claramente dos grupos.

La distribución de los datos, se desvía del modelo CSR en favor del modelo de agrupamiento, lo que es confirmado por la diferencia entre la función  $K$  empírica construida y la teórica bajo el modelo de aleatoriedad espacial completa.

Los resultados indican que las ubicaciones óptimas para centros de salud mental, que permitan atender a las mujeres que sufrieron violencia psicológica por su pareja, son los centroides de estos clusters o agrupamiento, que se muestra en la siguiente figura:

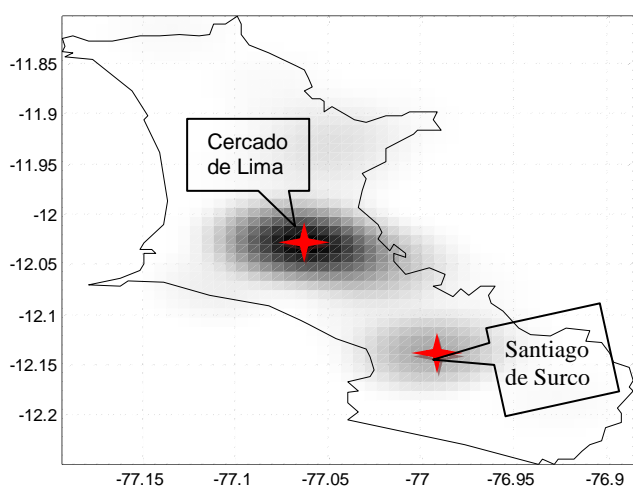


Figura 9: Centroides de los Clusters

La demanda espacial de los servicios de salud mental que requieren las mujeres limeñas mayores de 14 años unidas o alguna vez unidas que residen alrededor de los Centros de Emergencia Mujer (CEM) y que sufrieron violencia psicológica por su pareja se puede describir bajo el modelo Kernel.

Estos centros de salud mental sugeridos, de preferencia se deben ubicar en el Cercado de Lima y el distrito de Santiago de Surco.

#### Agradecimientos

Nuestro agradecimiento a la Dra. Ana María Alejandra Mendieta Trefogli, Directora Ejecutiva del Programa Nacional contra la Violencia Familiar y Sexual del MIMP, por facilitarnos la base de datos con la que trabajamos en la presente investigación.

#### Referencias

- [1] Ministerio de la Mujer y Desarrollo Social (MIMDES), Programa Nacional contra la Violencia Familiar y Sexual. Prevalencia, percepciones y necesidades de capacitación sobre violencia familiar y sexual. Perú,(2009).
- [2] T. Bailey and A. Gatrell, Interactive spatial data analysis, Longman, Malasia. (1995).
- [3] P. Diggle, Statistical analysis of spatial point patterns, Academic Press, London. (1983).
- [4] L. Castro y G. Pezzuchi, Construcción y uso de mapas de función kernel. (2002). On line: [www.mapaeducativo.edu.ar/pages/archivos/kernel1.pdf](http://www.mapaeducativo.edu.ar/pages/archivos/kernel1.pdf), se tuvo acceso en julio del 2012.
- [5] R. Cacoullos, Estimation of multivariate density, Annals of the Institute of Statistical Mathematics, **XVIII** (1966) 179-189.
- [6] N. Cressie, Statistics for spatial data. John. Wiley & Sons. New York. (1993).
- [7] O. De Cos, Valoración del método de densidades focales (*kernel*) para la identificación de patrones espaciales de crecimiento de población en España. Geo Focus, **4** (2004) 136-165.
- [8] B. Ripley, The second-order analysis of stationary processes. Journal of Applied Probability, **13** (1976) 255-266.