

Un Modelo Numérico 1D en Volúmenes Finitos para la Solución de las Ecuaciones de Flujo e Infiltración del Riego por Gravedad en Melgas

A Numerical Model 1D in Finite Volumes for the Solution of the Equations of Flow and Infiltration of the Gravity in Border Irrigation

Pino Vargas Edwin¹, Mejía Marcacuzco J. Abel² Chávarri Velarde Eduardo²

¹ Universidad Nacional Jorge Basadre Grohmann, Tacna, Perú

² Universidad Nacional Agraria La Molina, Lima, Perú,

RESUMEN

El desarrollo de este modelo permitirá contar con una herramienta computacional para diseñar adecuadamente el sistema de riego por melgas, reduciendo las pérdidas de agua y utilizándola de manera óptima para mejorar la productividad de los cultivos, bajo las premisas de uso eficiente de agua, es decir cultivos de mayor productividad, al más bajo consumo de agua, usando metodologías de producción óptimas. Se implementó el esquema numérico en volúmenes finitos para las ecuaciones de flujo Saint Venant, lo cual permitió conocer el perfil de flujo superficial y la infiltración en el suelo según el avance del riego. Luego del proceso de simulación de varios casos se logró establecer que la pendiente longitudinal juega un papel importante en el flujo para las melgas según el modelo planteado se tiene que la pendiente debe ser menor 0,001 m/m. Las pendientes mayores generan flujos rápidos o súper críticos lo cual no es recomendable en el diseño de las melgas, puesto que será una fuente directa de erosión. En cuanto a los caudales de ingreso a las melgas la bibliografía señala un rango para melgas de 1 a 5 l/s/m, lo cual ha sido empleado en el modelo sin ningún inconveniente. En este trabajo se reduce la ecuación de Richards a su expresión unidimensional más su componente temporal y los resultados cumplen satisfactoriamente el objetivo de predecir el movimiento del agua en el subsuelo a partir de datos de propiedades físicas de los suelos y condiciones impuestas tipo Dirichlet de carga de agua sobre el suelo. En cuanto a la validación del modelo matemático con datos referenciales de trabajos de investigación se usó el trabajo realizado por Saucedo (2005) para el flujo en superficie y Dahualde G. (2005) para el proceso de infiltración. Se puede contrastar los resultados con algunas diferencias atribuibles a la solución de las ecuaciones, al método numérico empleado y el esquema de solución.

Descriptor: Flujo Superficial, Volúmenes Finitos, Infiltración, Modelamiento Numérico 1D, Melgas

ABSTRACT

The development of this model will allow to possess a computational tool to design adequately the system of border irrigation, reducing the water loss and using in an ideal way to improve the productivity of the cultures, under the premises of efficient use of water, that is to say cultures of major productivity, to the lowest consumption of water, using methodologies of production optimal. Was implemented the numerical scheme in finite volumes for the equations of flow Saint Venant, which allowed knowing the profile of superficial flow and the infiltration in the soil according to the advance of the irrigation. After the process of simulation of several cases, was managed to establish that the longitudinal slope plays an important paper in the flow for the border irrigation according to the raised model the slope must be minor 0,001 m/m. The major slopes generate rapid or supercritical flows, which is not advisable in the design of the border irrigation, since it will be a direct source of erosion. As for flows of revenue of border irrigation the bibliography indicates a range from 1 to 5 l/s/m, which has been an employee in the model without any disadvantage. In this work Richards's equation is diminished to his expression unidimensional more his temporary component and the results fulfill satisfactorily the aim to predict the movement of the water in the subsoil, from information of physical properties of the soils

and imposed conditions dirichlet type of water load on the soil. As for the validation of the mathematical model with referential data of works of investigation was used the work realized by Osier-bed (2005) for the flow in surface and Dahualde G. (2005) for the process of infiltration. It is possible to confirm the results with some differences attributable to the solution of the equations, to the numerical used method and the scheme of solution.

Keywords: Superficial flow, Finite Volumes, Infiltration, Numerical Modeling 1D, Border Irrigation

INTRODUCCIÓN

El conocimiento del funcionamiento hidráulico en el riego por gravedad o por superficie como es el caso de las melgas, especialmente en el transcurso de la fase de avance es fundamental para la resolución de gran variedad de problemas de ingeniería, especialmente en el diseño de este sistema de riego y su adaptabilidad a otros sistemas similares como resultaría por ejemplo el proceso escurrimiento infiltración, en una cuenca hidrográfica.

El objetivo del presente trabajo es desarrollar un modelo matemático unidimensional en volúmenes finitos o volumen de control que integre numéricamente las ecuaciones flujo en superficie y las de infiltración, del riego por gravedad en melgas, para lo cual se debe: (1) Establecer las ecuaciones que rigen el proceso del flujo de agua superficial y subsuperficial del riego por gravedad en melgas. (2) Seleccionar y desarrollar el procedimiento numérico para la integración de las ecuaciones gobernantes del avance en superficie o lámina libre, y para la fase de infiltración. (3) Desarrollar el esquema numérico en volúmenes finitos que permita conocer el perfil de flujo superficial y potencial de presión en el suelo según el avance del riego. (4) Validar el modelo matemático con datos referenciales de trabajos de investigación realizados con otros modelos.

Además se establece que la formulación conceptual y matemática en un esquema de volúmenes finitos o volúmenes de control para las fases de avance en superficie libre e infiltración en el riego por gravedad-melgas, permitirá obtener las formas de los perfiles de flujo superficial y la distribución de los potenciales de presión en el suelo según avanza el riego.

METODOLOGÍA

Al reducir el sistema de ecuaciones completo 3D del flujo a un caso unidimensional, las ecuaciones que gobiernan el flujo se escriben de la siguiente manera.

Ecuaciones 1D en la Forma no Conservativa

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (Uh)}{\partial x} = 0 \quad \dots(1)$$

$$h \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} = g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho h} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon \frac{\partial U}{\partial x} \right) \quad \dots(2)$$

Donde: U es la velocidad media en las dirección X, resultante de la integración vertical; h es la profundidad de agua; ρ es la masa específica del fluido; ε es el coeficiente de difusión producto de la integración vertical; τ_{bx} la tensión de corte del fondo en la dirección X, p la presión hidrostática y g_x la fuerza de campo en la dirección X.

Ecuaciones 1D en la Forma Semi-Conservativa

Las ecuaciones pueden ser escritas, en la *forma semi-conservativa*, de la siguiente manera:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (Uh)}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial (Uh)}{\partial t} + \frac{\partial (UUh)}{\partial x} = hg_x - \frac{h}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x} \left(h\varepsilon \frac{\partial U}{\partial x} \right) \quad (4)$$

Ecuaciones 1D en la Forma Conservativa

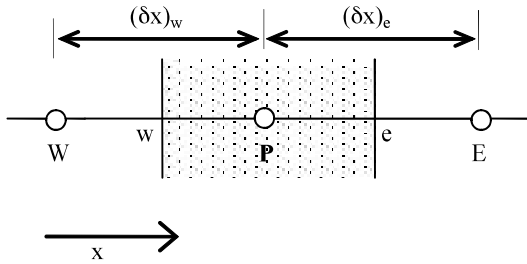
La ecuación de flujo raso bidimensional con tres variables primitivas U , V y h , en la *forma conservativa*, puede ser escrita ahora:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(Uh)}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial(Uh)}{\partial t} + \frac{\partial(UUh)}{\partial x} = -gh \frac{\partial z}{\partial x} - g \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^2}{2} \right) - \frac{\tau_{bx}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x} \left(h\varepsilon \frac{\partial U}{\partial x} \right) \quad (6)$$

Para ilustrar el procedimiento de discretización de la ecuación de transporte vamos a considerar el caso de flujo permanente y unidimensional, sin considerar el término fuente; PATANKAR (1980).

Fig. 01 Esquema de malla 1D en volúmenes finitos



El remedio conocido para salvar las dificultades del esquema de *diferencias centrales* es el esquema *UPWIND*, también conocido como el *esquema de diferencia de aguas arriba*. Mejía (1994), cita que según PATANKAR (1980), este esquema fue implantado por COURANT, ISAACSON y RES en 1952 y luego reinventados por GENTRY, MARTIN y DALY en 1966; BARAKAT y CLARK en 1966 y RUNCHAL y WOLFSHTEIN en 1969. El esquema *UPWIND* reconoce que el punto débil en la formulación en diferencias centrales es asumir que la propiedad convectiva Φ_e en la interfase es la media de Φ_E y Φ_P y para ello propone una mejor opción. La formulación del término difusivo es inalterada, pero el término convectivo es calculado de la siguiente puntuación: el valor de Φ en la interfase es igual al valor de Φ en el punto de la malla aguas arriba de la interfase, así:

$$\Phi_e = \Phi_P \quad ; \quad \Phi_w = \Phi_W \quad \text{si} \quad F_e > 0 \quad (7)$$

$$\Phi_e = \Phi_E \quad ; \quad \Phi_w = \Phi_P \quad \text{si} \quad F_e < 0 \quad (8)$$

Las ecuaciones condicionales (7 y 8) pueden ser escritas de forma más compacta, si fuera definido el operador $\|A, B\|$ para denotar el mayor entre A y B. Entonces, el esquema *UPWIND* implica:

$$F_e \Phi_e = \Phi_P \|F_e, 0\| - \Phi_E \|-F_e, 0\| \quad (9)$$

Donde:

$$a_E = D_e + \|-F_e, 0\| \quad (10)$$

$$a_W = D_w + \|F_w, 0\| \quad (11)$$

$$a_P = D_e + \|F_e, 0\| + D_w + \|-F_w, 0\| = a_E + a_W + (F_e - F_w) \quad (12)$$

Es evidente que de la ecuación (9) no va a surgir coeficientes negativos, obteniéndose de esa forma soluciones físicamente realistas.

Asimismo para el caso de la infiltración se tiene que Pavese et al., 1999, indica que si bien el flujo en la zona no saturada es de carácter tridimensional no es difícil establecer que el flujo es principalmente vertical.

Durante las últimas décadas muchos investigadores se abocaron a la tarea de relacionar la humedad y la conductividad hidráulica no saturada con la tensión Gardner 1958, Brooks y Corey 1964, y Van Genuchten 1980, entre otros. En este modelo se utilizaron las formulas de Gardner para la determinación de los valores $K(h)$ y $\theta(h)$.

$$K(h) = K_s e^{ch} \quad \dots(13)$$

Donde K_s (cm/min) es la conductividad hidráulica del suelo saturado, α (cm⁻¹) es un parámetro que caracteriza al tipo de suelo. La curva característica de humedad utilizada es una de tipo exponencial.

$$\theta(h) = (\theta_s - \theta_r) e^{ch} + \theta_r \quad \dots(14)$$

Donde θ_s es el contenido de agua a saturación (cm³ cm⁻³) y θ_r es el contenido de agua a residual (cm³ cm⁻³). La no linealidad representada por los parámetros K y C con la variable de estado h , se eliminó parcialmente aplicando un cambio de la variable dependiente a través de la transformada integral de Kirchoff, introduciendo dicha transformada en la ecuación de Richards unidimensional se tiene:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{C(h)} \frac{\partial K(h)}{\partial h} \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{K(h)}{C(h)} \frac{\partial^2 u}{\partial h^2} \quad \dots(15)$$

Esta transformación fue previamente utilizada por Haverkamp and Vauclin (1981), y Kutilek et. al (1991), entre otros. Introduciendo las expresiones (13) y (14) en (15) y teniendo en cuenta que $C(h)=dq(h)/dh$, se obtiene:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{K_s}{(\theta_s - \theta_r)} \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{K_s}{(\theta_s - \theta_r) \alpha} \frac{\partial^2 u}{\partial h^2} \quad \dots(16)$$

Donde los coeficientes que preceden a las derivadas espaciales son constantes y función de los parámetros físicos del suelo. Además, de acuerdo a la transformación de Kirchoff y la relación de conductividad hidráulica adoptada y haciendo:

$$C = \frac{K_s}{(\theta_s - \theta_r)}, \quad \gamma = \frac{K_s}{(\theta_s - \theta_r) \alpha} \quad \dots(17)$$

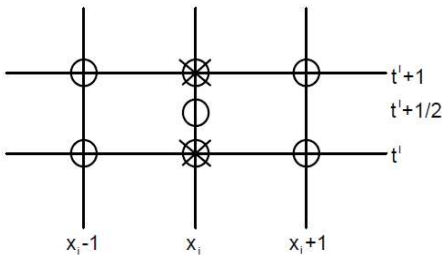
La ecuación de Richards en forma 1D con variación espacial temporal a resolver se reduce a:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + C \frac{\partial u}{\partial z} = \gamma \frac{\partial^2 u}{\partial h^2} \quad \dots(18)$$

La solución numérica de la ecuación (18) la podemos hacer usando el método de las diferencias finitas, por su facilidad de implementación. El avance temporal lo formulamos mediante el método de Crank-Nicolson, el que proporciona un esquema implícito alterno exacto en segundo orden tanto en espacio como en tiempo (Chapra 1998).

Fig. 02 Esquema Computacional por el Metodo de Crank-Nicolson

- X Puntos de la malla involucrados en las diferencias en el tiempo
- O Puntos de la malla involucrados en las diferencias en el espacio



En el primer nudo interior para la aproximación temporal y espacial tenemos:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{h_i^{t+1} - h_i^t}{\Delta t} \quad C \frac{\partial h}{\partial z} = C \left(\frac{h_{i+1}^t - h_{i-1}^t}{2\Delta z} \right) \quad \dots(19)$$

La segunda derivada en el espacio corresponde al punto medio como promedio de las aproximaciones al inicio y final del incremento de tiempo:

$$\gamma \frac{\partial^2 h}{(\partial z)^2} = \gamma \frac{1}{2} \left(\frac{h_{i+1}^t - 2h_i^t + h_{i-1}^t}{(\Delta z)^2} + \frac{h_{i+1}^{t+1} - 2h_i^{t+1} + h_{i-1}^{t+1}}{(\Delta z)^2} \right) \quad \dots(20)$$

$$-Ah_{i-1}^{t+1} + 2(1+A)h_i^{t+1} - Ah_{i+1}^{t+1} = (A+B)h_{i-1}^t - 2(A-1)h_i^t + (A-B)h_{i+1}^t \quad \dots(21)$$

$$A = \frac{\gamma \Delta t}{(\Delta z)^2} \quad y \quad B = \frac{C \Delta t}{(\Delta z)^2}$$

La condición de frontera de $h_o^{t+1} = f_o(T^{t+1})$

Puede ser prescrita para deducir el primer nudo interior, entonces este será:

$$2(1+A)h_1^{t+1} - Ah_2^{t+1} = (A+B)f_o(T^{t+1}) - 2(A-1)h_1^t + (A-B)h_2^t + Af_o(T^{t+1}) \quad \dots(22)$$

Para el último nudo interior no existe la condición de frontera:

$$h_{m+1}^{t+1} = f_{m+1}(T^{t+1})$$

Por esta razón, para este nudo interior, se aplico las formulas de diferencias finitas divididas hacia atrás, de esta forma la primera derivada espacial fue aproximada en:

$$C \frac{\partial h}{\partial z} = C \left(\frac{h_i^t - h_{i-1}^t}{\Delta z} \right) \quad \dots(23)$$

Y la segunda derivada en el espacio fue determinada en el punto medio al promediar las aproximaciones al inicio y al final del incremento de tiempo.

$$\gamma \frac{\partial^2 h}{(\partial z)^2} = \gamma \frac{1}{2} \left(\frac{h_i^t - 2h_{i-2}^t + h_{i-1}^t}{(\Delta z)^2} + \frac{h_i^{t+1} - 2h_{i-2}^{t+1} + h_{i-1}^{t+1}}{(\Delta z)^2} \right) \quad \dots(24)$$

Sustituyendo las ecuaciones (19), (23) y (24) en la ecuación (18) se obtiene:

$$\frac{h_i^{t+1} - h_i^t}{\Delta t} + C \frac{h_i^t - h_{i-1}^t}{\Delta z} = \gamma \frac{1}{2} \left(\frac{h_i^t - 2h_{i-2}^t + h_{i-1}^t}{(\Delta z)^2} + \frac{h_i^{t+1} - 2h_{i-2}^{t+1} + h_{i-1}^{t+1}}{(\Delta z)^2} \right) \quad \dots(25)$$

Reagrupando términos tenemos:

$$\begin{bmatrix} 2(1+A) & -A & 0 & \dots & 0 \\ -A & 2(1+A) & -A & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & -A & 2A & 2-A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{z_1}^{(j)} \\ h_{z_2}^{(j)} \\ \dots \\ h_{z_{n-1}}^{(j)} \\ h_{z_n}^{(j)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A+B)f_0(T^{(j)}) - 2(A-1)h'_1 + (A-B)h'_2 + Af_0(T^{(j)}) \\ (A+B)h'_1 - 2(A-1)h'_2 + (A-B)h'_3 \\ (A+B)h'_2 - 2(A-1)h'_3 + (A-B)h'_4 \\ \dots \\ A'_{z_{n-1}} - 2(A-B)h'_{z_{n-1}} + (A-2B+2)h'_z \end{bmatrix} \dots(26)$$

Las ecuaciones resultantes son tridiagonales y por lo tanto se pueden resolver de manera eficiente mediante el sistema de ecuaciones. Para la solución del sistema de ecuaciones planteado se elaboro un código computacional en MATLAB.

El Modelo Smith Parlange (1978), desarrollado por Woolhiser (1989), es la siguiente:

$$f = K_s \frac{e^{F/B}}{e^{F/B} - 1} \dots(27)$$

Donde:

F: Infiltración acumulada [L], f: Velocidad de infiltración [L/T], Ks: Conductividad hidráulica a saturación natural [L/T], B = G (θs - θ1) o B = G φ (S max - S1), θ s : Contenido de humedad a saturación natural (L³/L³), θ1: Contenido de humedad inicial ((L³/L³), φ: Porosidad del suelo [L³/L³], S: Saturación relativa, Smáx : Saturación relativa máxima, S1: Saturación relativa inicial y G es definida como:

$$G = \frac{1}{K_s} \int_{-\infty}^0 K(h) dh \dots(28)$$

En la cual: h: potencial de presión [L], K(h) : Conductividad hidráulica [L/T], G : Potencial de escurrimiento o potencial de presión debido a capilaridad [L]. En el cálculo de la infiltración se debe elegir correctamente el primer estimador de F para que haya convergencia al utilizar el Newton-Raphson; un buen estimador es: F=K_s t, y la aproximación de F se da según:

$$F_{k+1}^j = F_k^j + \delta F^j \dots(29)$$

Donde 'j' denota el paso de tiempo y 'k' la iteración respectiva y

$$\delta F^j = -r/\partial r/\partial F \quad \frac{\partial r}{\partial F} = \frac{1-1/e^{F/B}}{K_s} \dots(30)$$

Se conseguirá la solución cuando: |r_i| <= r_{max}.

El Modelo Green Ampt (1911), fue el primer modelo físicamente basado en ecuaciones que describen la infiltración de agua en el suelo. Este modelo entrega

la infiltración acumulativa y la velocidad de infiltración como funciones implícitas del tiempo.

Las ecuaciones tienen que ser resueltas de una manera iterativa para obtener estas cantidades. El modelo explícito Green-Ampt desarrollado por Salvucci y Entekhabi (1994), facilitó una estimación sincera y exacta de la infiltración para cualquier tiempo dado. Las formulaciones matemáticas para este modelo son las siguientes:

$$\int \frac{dF}{dt} = \int K \left(\frac{\psi \Delta \theta + F}{F} \right) = F(t) - \psi \Delta \theta \ln \left(1 + \frac{F(t)}{\psi \Delta \theta} \right) = Kt \dots(31)$$

La ecuación (31), es conocida como la ecuación de Green Ampt para la infiltración acumulada. Como se trata de un caso en el que se tiene encharcamiento en superficie, la variable ψ , debe ser reemplazada por (ψ -h_o). Donde K es la conductividad, ψ carga de succión de suelo en el frente de mojado, Δθ cambio en el contenido de humedad en el frente de avance.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Usando los modelos elaborados y el respectivo código computacional desarrollado en MATLAB (abreviatura de MATrix LABoratory, "laboratorio de matrices") que es un software matemático que ofrece un entorno de desarrollo integrado (IDE) con un lenguaje de programación propio (lenguaje M), se procedió a efectuar procesos de simulación, para lo cual se tomo datos referenciales de un suelo de características Franco-Limoso, para lo cual se tiene los siguientes datos de entrada: t=10, 25, 50, 100, 200, 300, 500, 1 000, 5 000 y 10 000 min; Tiempo de Simulación. z=100; Profundidad de la columna de suelo a ser simulada (cm). Ks=0,011; Conductividad Hidráulica Saturada (cm/min). θs=0,255; Contenido de agua a saturación (cm³/cm³). θr=0,045; Contenido de agua a residual (cm³/cm³). α=0,0021; Constante alfa (cm⁻¹). Δt=10; Intervalo de tiempo para calculo (min). Δz=10; Discretización espacial (cm). h0=0; Condición de borde, que puede ser sustituida por cualquier valor de carga hidráulica sobre la superficie del suelo, presión de succión (cm). h1=-1000; Condición inicial, presión de succión (cm).

Para observar los resultados obtenidos, visualizamos un grafico que relaciona Profundidad z (cm) con el contenido de humedad volumétrico ($\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$).

CURVA DE CONTENIDO DE AGUA PARA DIFERENTES TIEMPOS-RICHARDS

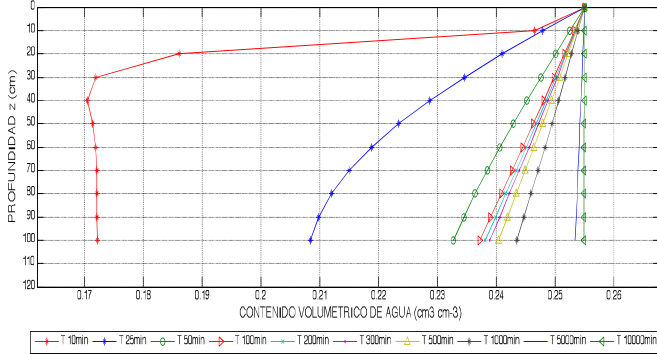


Fig. 03 Curva de contenido de agua para diferentes tiempos tomando como referencia la superficie

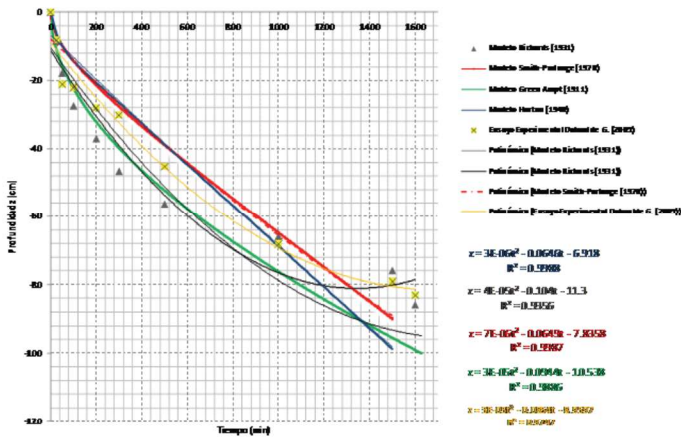


Fig. 04 Curva de desplazamiento del frente mojado para los modelos ensayados y datos experimentales tomados de Dahualde G. (2005)

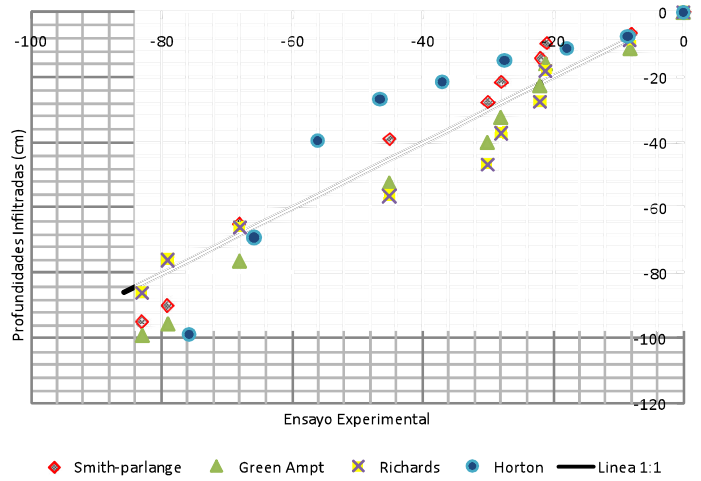


Fig. 05 Correlación de resultados obtenidos por los modelos predictivos y los datos experimentales de Dahualde G. (2005).

Los resultados obtenidos de la simulación muestran el contenido volumétrico de agua para condiciones medias de un suelo franco limoso, en función de la profundidad a diferentes tiempos: 10, 25, 50, 100, 200, 300, 500, 1 000, 5 000 y 10 000 min. De lo cual podemos observar que los valores mínimos del contenido de agua inicialmente a lo largo del perfil del suelo tienden al valor del contenido de humedad residual que característico en este tipo de suelo, luego van aumentando en el tiempo en forma descendente con respecto a la profundidad.

Asimismo el contenido de agua en el tiempo tiende al valor de este a saturación, por tanto mientras aumente el tiempo transcurrido el valor del contenido de agua tiende al valor a saturación, entendiéndose que el suelo estará saturado en cualquier punto a lo largo del perfil del suelo. Si observamos la figura 02 a 60 cm de profundidad encontramos que a los 500 min se tiende al punto de contenido de agua a saturación o se está muy próximo, no siendo así en los tiempo menores a este.

Tabla 01 Coeficientes de eficiencia y errores de los modelos

TIEMPO (min)	MODELOS ENSAYADOS				CALCULO DE ERRORES RELATIVOS		
	Richards	Smith-Parlange	Green Ampt	Experim.	Richards	Smith-Parlange	Green Ampt
25	-8.52	-6.60	-11.04	-8.14	4.48	-23.33	26.27
50	-17.91	-9.61	-15.72	-21.10	-17.83	-119.56	-34.22
100	-27.45	-14.21	-22.45	-22.00	19.84	-54.82	2.00
200	-37.01	-21.46	-32.19	-28.00	24.35	-30.48	13.02
300	-46.60	-27.70	-39.84	-30.06	35.49	-8.52	24.55
500	-56.22	-38.97	-52.28	-45.12	19.74	-15.78	13.70
1000	-65.93	-64.91	-76.17	-68.11	-3.31	-4.93	10.58
1500	-75.89	-90.08	-95.42	-79.09	-4.22	12.20	17.11
1600	-85.88	-95.00	-98.94	-83.02	3.33	12.61	16.09
Cef	0.98	0.94	0.99	1.00			
RMSE	7.75	7.86	9.35	Em	9.82	30.65	9.13

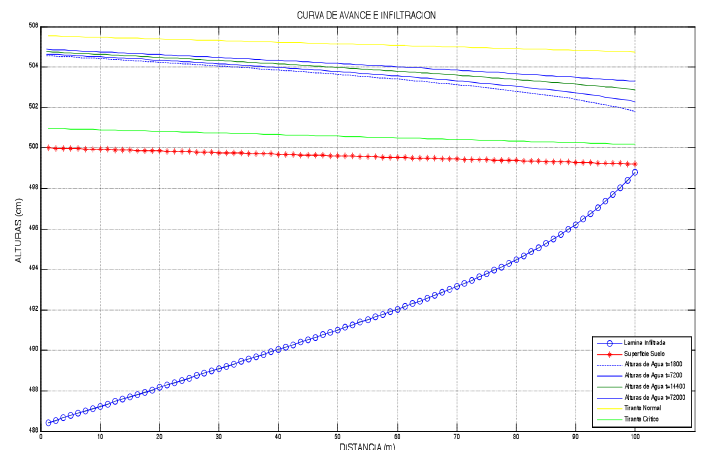
Cef= Coeficiente de eficiencia (Nash y Sutcliffe, 1970) o coeficiente de correlación con respecto a la línea 1:1; RMSE= Raíz del error cuadrático medio. Em=Error medio

Como se puede observar en la Tabla 1, el error relativo medio para el modelo Green Ampt, resulta 9,13%, comparativamente menor que el de Richards que es 9,82%, Smith-Parlange 30,65% y Horton 19,05%, respecto a los resultados experimentales obtenidos por Dahualde G. (2005). Lo mismo ocurre con el coeficiente de eficiencia respecto a la línea 1:1, que son mejores los resultados del modelo Green Ampt 0,99 frente a 0,98 para Richards, 0,94 para Smith-Parlange y 0,84 del Modelo de Horton.

Como se menciona anteriormente el acoplamiento de estas soluciones se realiza bajo la coincidencia de los procesos sobre la superficie y esto se refiere al uso de la variable temporal, la cual permite establecer las condiciones de avance y tiempo de oportunidad o contacto del agua con el suelo, la solución de las ecuaciones ha sido resuelto, en base al algoritmo SIMPLE desarrollado por PATANKAR y SPALDING (1972), para el flujo en superficie al cual se le ha agregado la interacción con el flujo subsuperficial o infiltración.

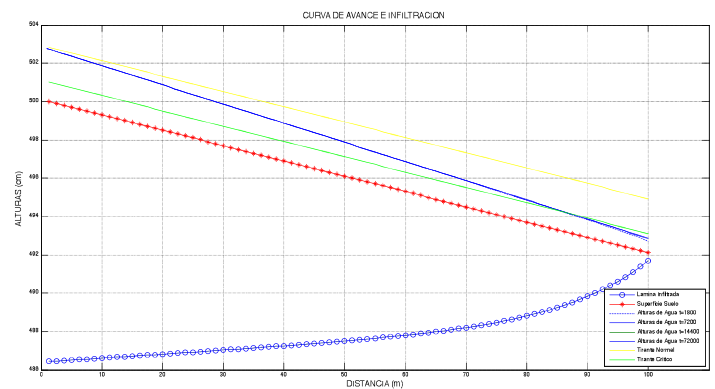
Los resultados han sido satisfactorios, las curvas resultado de la simulación efectuada usando el modelo se muestran a continuación, para la variabilidad en el tiempo y espacio. Asimismo se hace un análisis para definir la valides del modelo respecto a la pendiente del terreno, al tratarse de escurrimiento superficial del riego por melgas.

Figura 6. Curvas de avance e infiltración para una pendiente longitudinal de S= 0,0001.



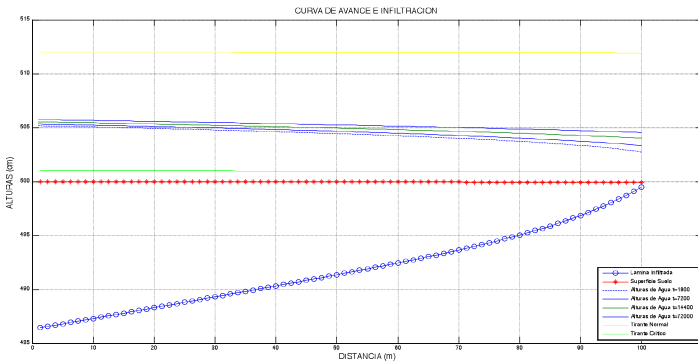
A continuación mostramos un segundo escenario de simulación cuando la pendiente longitudinal es de 0,001. Se puede notar en este caso que el flujo pasa a súper crítico, condición en la que $h < h_c$. Esto no se debe producir en el riego por melgas, puesto que la torrencialidad genera erosión, las melgas que deben ser diseñadas bajo condiciones de régimen sub crítico.

Figura 7. Curvas de avance e infiltración para una pendiente longitudinal de S= 0,001.



Un tercer escenario de simulación corresponde a una pendiente más baja S=0,00001, condición que si satisface el modelo, y las curvas obtenidas son:

Figura 8. Curvas de avance e infiltración para una pendiente longitudinal de $S= 0,00001$.



La validación de los resultados obtenidos con el modelo hidrodinámico en volúmenes finitos, puede ser establecida con resultados de trabajos experimentales y otros modelos, para lo cual nos apoyamos por ejemplo en los resultados obtenidos por Saucedo (2005), Saucedo et al. (2010) y Castanedo (2010). Estos tres trabajos han sido desarrollados en riego por melgas, de los cuales podemos obtener los resultados de dichas investigaciones para que nos sirvan como base de validación de nuestro modelo elaborado. Cabe destacar que dichos trabajos han sido aceptados y publicados en la revista Ingeniería Hidráulica en México.

Saucedo (2005), realiza una simulación del frente avance e infiltración con los siguientes datos: Caudal 3,2 l/s/m, Pendiente de fondo 0,002 m/m, Longitud de la melga 100 m., periodo de simulación hasta 7 200 segundos. Con los mismos datos usados por Saucedo en año 2005 se efectuó la simulación del flujo en la melga con nuestro modelo propuesto en volúmenes finitos. El resultado obtenido es el siguiente:

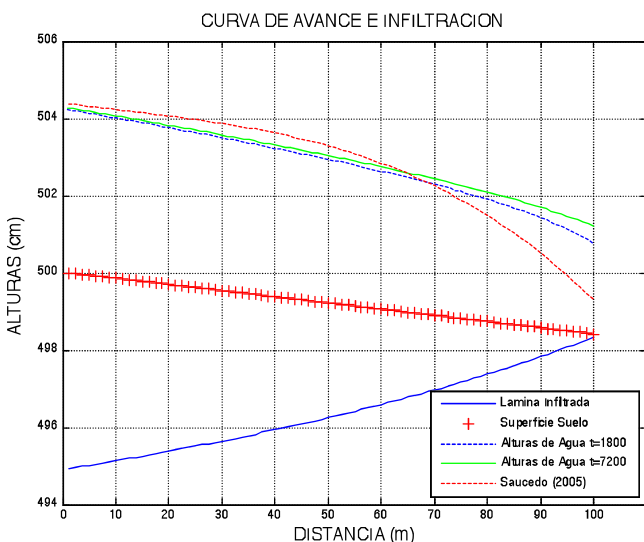
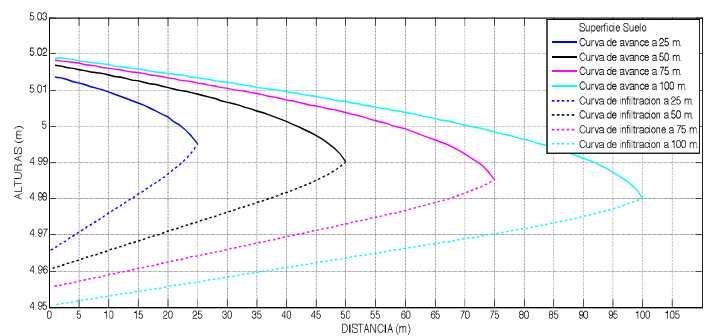


Figura 9. Comparación de curvas de avance del modelo propuesto y trabajo desarrollado por Saucedo (2005)

Podemos notar que la curva de avance obtenida por Saucedo (2005) y refrendada en otras investigaciones reportados por él mismo y que forman parte de la literatura como son Strelkoff (1983), Catalán et al (1988) tienen un comportamiento similar hasta en 75 % del frente de avance, notándose una caída de la superficie libre del agua en el tramo final que corresponde a un 25% del espacio simulado. En la figura 10 se muestra las curvas de avance e infiltración cada 25 m según el avance en el frente de riego.

Figura 10 Curvas de Avance e Infiltración cada 25m.



CONCLUSIONES

Se logro desarrollar un modelo matemático unidimensional que integra numéricamente en forma acoplada las ecuaciones Saint-Venant y Richards en su forma simplificada mediante el modelo de Horton, para lo cual se aplico el método de volúmenes finitos o volumen de control.

El modelo se implemento con un código computacional desarrollado en MATLAB en función a una previa identificación de las ecuaciones que rigen el proceso del flujo de agua superficial y subsuperficial del riego por gravedad en melgas. Posteriormente se procedió a seleccionar y desarrollar el procedimiento numérico para la integración de las ecuaciones gobernantes del avance en superficie, según la ecuación de Saint-Venant y para la fase de infiltración y flujo subsuperficial según las ecuaciones establecidas.

De las correlaciones y cálculos de errores efectuados para el proceso de infiltración se concluye que el modelo de Green Ampt tiene mejores resultados que el modelo de

Richards y Smith-Parlange, tomando como referencia los resultados experimentales obtenidos por Dahualde G. (2005).

Se implemento el esquema numérico en volúmenes finitos para las ecuaciones de flujo Saint Venant, lo cual permitió conocer el perfil de flujo superficial y la infiltración en el suelo según el avance del riego.

En cuanto a la validación del modelo matemático con datos referenciales de trabajos de investigación se uso el trabajo realizado por Saucedo (2005). Se puede contrastar los resultados con algunas diferencias atribuibles a la solución de las ecuaciones, a método numérico empleado y el esquema de solución.

Luego del proceso de simulación de varios casos se logro establecer que pendiente longitudinal juega un papel importante en el flujo para las melgas según el modelo planteado se tiene que la pendiente debe ser menor 0,001 m/m. Las pendientes mayores generan flujos rápidos o súper críticos lo cual no es recomendable en el diseño de las melgas, puesto que será una fuente directa de erosión. En cuanto a los caudales de ingreso a las melgas la bibliografía señala un rango para melgas de 1 a 5 l/s/m, lo cual ha sido empleado en el modelo sin ningún inconveniente.

Las salidas del modelo, reportan las curvas de avance e infiltración que se generan en las melgas, por tanto será una herramienta muy útil para el diseño de las mismas.

AGRADECIMIENTOS

Agradecimiento especial al programa de post-grado en la Especialidad de Recursos Hídricos de la Universidad Nacional Agraria La Molina Lima y la Escuela de Ingeniería Geológica-Geotecnia de la Universidad Nacional Jorge Basadre G. De Tacna.

REFERENCIAS

[1] CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P. Métodos Numéricos para Ingenieros. Mc. GRAW-HILL INTERAMERICANA EDITORES S. A. de C.V. p. 851-957, Marzo 2003.

- [2] CLEMMENS, A. J., Discusión of dimensionless solutions of border irrigation advance by STREALKOFF, T., KATAPODES, N., (1977). In Journal of irrigation and Drainage Engineering. ASCE, vol. 104, num. 3, p. 337-339, 1978.
- [3] ORTIZ, J.; NIKOLSKII, I.; PALACIOS, O.; ACOSTA, R.; Pérdidas de Agua de Riego por Percolación Profunda Durante el Proceso de Infiltración. Revista TERRA Latinoamericana, Revista Mexicana de la Ciencia del Suelo, vol 17, num 2, p. 115-124, junio 1999.
- [4] REYNA, M., REYNA, T.; Interacción de los procesos de escorrentía e infiltración. http://www.unesco.org.uy/phi/libros/congreso/36_reyna II CONGRESO ARGENTINO DE HIDROGEOLOGIA, IV SEMINARIO HISPANO ARGENTINO SOBRE TEMAS ACTUALES DE LA HIDROLOGIA SUBTERRANEA. Santa Fe, Argentina 28 de Setiembre al 1 de Octubre de 1999.
- [5] SAUCEDO, H., FUENTES, C., ZAVALA, M.; El sistema de ecuaciones de Saint-Venat y Richards del riego por gravedad: 2. Acoplamiento numérico para la fase de avance en el riego por melgas. Revista Ingeniería Hidráulica en México, vol XX, num 2, p. 109-119, Abril-Junio 2005.

E-mail: epino68@hotmail.com